

МЕТОД АНАЛІЗУ СПІВВІДНОШЕНЬ

Метод аналізу співвідношень (англ. MOORA – Multiobjective Optimization On the basis of Ratio Analysis) запропонували В. Карел, М. Брауерс, Е. Завадскас, Ф. Пельдшус та С. Турскіс у роботах [1], [2].

Метод аналізу співвідношень (MOORA) складається з двох частин:

- побудова системи співвідношень;
- обчислення наближення до точки відліку.

Також у цьому методі для обчислення відстані між точками y і a у метричних просторах R_s^m з показником метрики $s \geq 1$ використовується формула:

$$\rho_s(y, a) = (\sum_{i=1}^m |y_i - a_i|^s)^{\frac{1}{s}}. \quad (1)$$

Значення показника метрики s обирається в залежності від предметної області, до якої відноситься поставлена задача. На практиці використовуються значення $s = 1, 2, \infty$. Якщо значення $s = 2$, то маємо евклідовий m -вимірний метричний простір. Його обирають у випадках, коли критерії мають зміст відстані чи інших фізичних величин, для яких евклідова метрика є змістовною. При $s = \infty$ маємо метрику Чебишова:

$$\rho_s(y, a) = \max_{i=1, \overline{m}} |y_i - a_i|. \quad (2)$$

Нехай ϵ множина альтернатив $A = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$ і множина критеріїв (цілей) $F = \{f_1, f_2, \dots, f_n\}$, за якими експерт оцінює альтернативи, при цьому кожна ціль полягає в максимізації або мінімізації певної величини в залежності від умови задачі. Побудова системи співвідношень починається з побудови матриці відношень різних альтернатив A_i ($i = \overline{1, m}$) до різних критеріїв (цілей) f_j ($j = \overline{1, n}$):

$$x = \begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & \cdots & x_{mn} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

де x_{ij} – відношення альтернативи A_i до критерію (цілі) f_j , $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$.

Система співвідношень в методі MOORA, це система, у якій кожне відношення в матриці (3) нормалізується і отримується нормалізована матриця x^* , при цьому можна застосувати різні способи нормалізації [1]. У нашій роботі для нормалізації застосовується відношення, де в знаменнику буде квадратний корінь з суми квадратів відношення кожної альтернативи до цілі:

$$x_{ij}^* = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{k=1}^m x_{kj}^2}}, \quad (4)$$

де x_{ij}^* – безрозмірне число, що являє собою нормоване відношення альтернативи A_i до критерію (цілі) f_j , $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$, m – кількість альтернатив; n – кількість цілей. При цьому нормалізовані значення $x_{ij}^* \in [0; 1]$.

Після цього обчислюється координати r_j ($j = \overline{1, n}$) вектора відліку $r = (r_1, r_2, \dots, r_n)$ для кожного критерію в залежності від його характеру, тобто, якщо критерій f_j мінімізується, то

$$r_j = \min_{i=1, \overline{m}} x_{ij}^*, \quad (5)$$

якщо ж критерій f_j максимізується, то

$$r_j = \max_{i=1, \overline{m}} x_{ij}^*. \quad (6)$$

Для обчислення відстані (відхилення) нормованих співвідношень x_{ij}^* виду (4) для кожної альтернативи A_i ($i = \overline{1, m}$) від вектора відліку $r = (r_1, r_2, \dots, r_n)$ будемо використовувати метрику виду (1) при $s=1$.

Тоді координати R_{ij} матриці відхилень R безрозмірних величин x_{ij}^* від координат вектора відліку r обчислюються за формулою:

$$R_{ij} = |r_j - x_{ij}^*|, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}. \quad (7)$$

Після цього обчислюється вектор сум відхилень $\rho = (\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m)$, координати якого ρ_i дорівнюють сумі відхилень R_{ij} для кожної альтернативи A_i за формулою:

$$\rho_i = \rho(r, x_{i*}^*) = \sum_{j=1}^n R_{ij} = \sum_{j=1}^n |r_j - x_{ij}^*|, i = \overline{1, m}. \quad (8)$$

Зауважимо, що автори методу аналізу співвідношень у роботі [1] пропонують координати ρ_i вектора відхилень $\rho = (\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m)$ обчислювати за формулою:

$$\rho_i = \rho(r, x_{i*}^*) = \max_{j=1, n} R_{ij}, \quad (9)$$

тобто використовувати метрику Чебишова (2).

На закінчення здійснюється ранжування альтернатив A_i за значеннями величин ρ_i за критерієм мінімального відхилення:

$$\rho_{i*} = \min_{i=1, m} \rho_i, \quad (10)$$

тобто альтернатива A_{i*} вважається найкращою, якщо її відхилення є найменшим.

У методі аналізу співвідношень вхідні дані, проміжні результати і підсумковий результат доцільно подавати у вигляді таблиць.

Метод аналізу співвідношень допомагає отримати рекомендації щодо прийняття найкращого рішення за компактним, але ефективним алгоритмом.

Схему алгоритму MOORA зображено на рисунку 1.

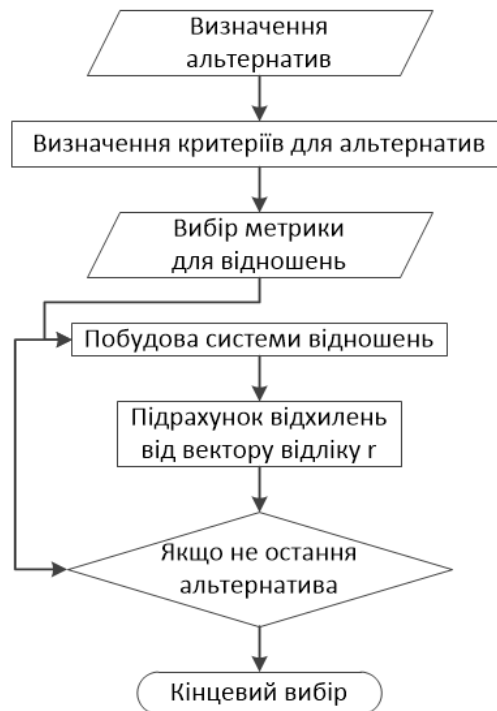


Рисунок 1 – Схема алгоритму методу MOORA

Список використаних джерел

1. Brauers, W. K. M.; Zavadskas, E. K. 2006. The MOORA method and its application to privatization in a transition economy, Control and Cybernetics, Systems Research Institute of the Polish Academy of Sciences 35(2): P. 445–469. ISSN 0324-8569.
2. W. Karel, M Brauers, E. Zavadskas, F. Peldschus, Z. Turskis. Multi-objective decision-making for road design. – Transport, 2008. P. 183-193.